

# PowerGraph

## Справочник по функциям обработки сигналов - Часть 2

Измайлов Д.Ю., Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, Россия

Вторая часть справочника по программному пакету PowerGraph посвящена функциям скользящего значения, в которых для вычисления каждого значения канала-приемника используется несколько последовательных значений канала-источника. Излагаемый материал будет весьма полезен как для читателей ПИКАД, так и для уже состоявшихся пользователей PowerGraph. Благодаря поддержке широкого спектра оборудования наряду с мощными функциями цифровой обработки и анализа сигналов, PowerGraph используется уже во многих организациях Украины.

Используемые обозначения: **X** - значение сигнала в канале-источнике, **Y** - значение сигнала в канале-приемнике, **F** - частота, **N** - количество точек, **dT** - интервал времени между соседними точками.

В основе всех функций скользящего значения лежит общая математическая операция, которая называется **сверткой** и описывается следующей формулой:

$$Y(i) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)X(i - k)$$

При вычислении свертки осуществляется суммирование **N** исходных значений **X**, умноженных на коэффициенты свертки **h**. Используемая последовательность значений **X** называется **окном**, а количество значений **N** - **размером окна**. При вычислении каждого следующего значения **Y** окно также смещается вдоль последовательности **X** на одно значение. Общий принцип работы функций скользящего значения показан на рис.1, а различия между этими функциями определяются значениями коэффициентов свертки **h**. Если соседние коэффициенты имеют противоположные знаки, то свертка приводит к вычитанию соседних значений **X**, что соответствует дифференцированию сигнала. А если соседние коэффициенты имеют одинаковый знак, то свертка приводит к сложению соседних значений **X**, что соответствует интегрированию сигнала. Все функции обработки сигналов, использующие принцип свертки (например, функции сглаживания или частотной фильтрации) основаны на дифференцировании или интегрировании сигналов, либо совмещают эти операции.

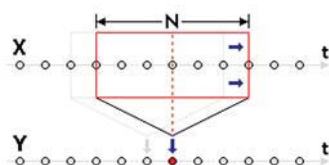


Рис.1. Принцип работы функций скользящего значения

### Windowing

Для улучшения качества цифровых фильтров к коэффициентам свертки часто применяют взвешивание, т.е. умножение на дополнительные весовые коэффициенты **w(i)**. Взвешивание используют для увеличения вклада коэффициентов свертки, находящихся в центре окна, и снижения вклада коэффициентов, находящихся на краях окна, поэтому весовые коэффициенты принимают значения от 0 (на краях) до 1 (в центре). Определенный набор весовых коэффициентов называется **весовой** или **оконной функцией** (рис.2).

Категория Windowing содержит более 25 весовых (оконных) функций. При использовании этих функций значения канала-источника, умножаются на весовые коэффициенты выбранной функции, а размер окна соответствует общему количеству значений сигнала:

$$Y(i) = w(i) * X(i)$$

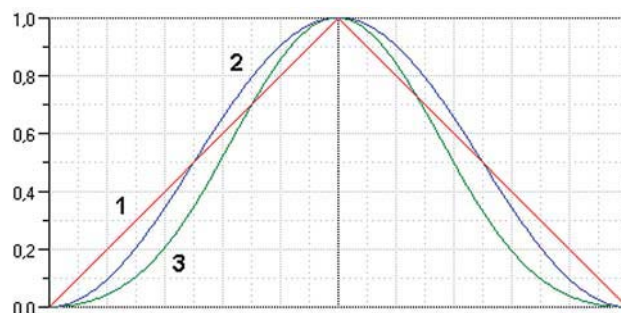


Рис.2. Весовые (оконные) функции: 1 - треугольная, 2 - Хэмминга, 3 - Блэкмана.

Приведем аналитические выражения наиболее часто используемых оконных функций.

**WinTriangle** - треугольное окно:  
 $w(i) = 1 - |2i/N - 1|$

**WinHann** - окно Ханна:  
 $w(i) = 0.5 - 0.5 * \cos(2\pi i/N)$

**WinHamming** - окно Хемминга:  
 $w(i) = 0.54 - 0.46 * \cos(2\pi i/N)$

**WinBlackman** - стандартное окно Блэкмана:

$$w(i) = 0.42 - 0.5 * \cos(2\pi i/N) + 0.08 * \cos(4\pi i/N)$$

### Filters

Категория **Smoothing** содержит функции сглаживания (усреднения) сигналов - фильтры скользящего среднего. Единственным численным аргументом этих функций является количество точек для усреднения **N**, соответствующее размеру скользящего окна.

**Smooth** В базовой функции **Smooth** все коэффициенты свертки равны  $1/N$ , что соответствует вычислению стандартного среднего арифметического значения.

В остальных функциях **Smooth...** используются весовые коэффициенты оконных функции, описанных в категории **Windowing**. Использование различных весовых коэффициентов оказывает существенное влияние на качество фильтров скользящего среднего.

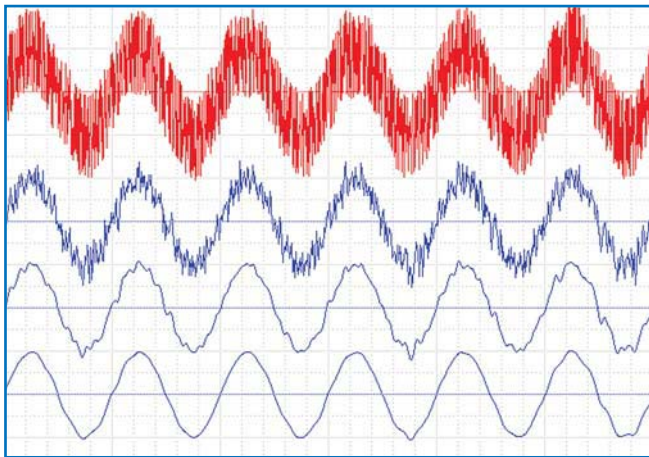


Рис.3. Сглаживание сигнала - 10, 50 и 100 точек

### FIR Filters

Категория **FIR Filters** содержит функции частотной фильтрации с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры) или нерекурсивные частотные фильтры. Все функции этой категории образуют четыре группы фильтров:

**LowPass...** - фильтры, пропускающие нижние частоты (НЧ-фильтры);

**HighPass...** - фильтры, пропускающие верхние частоты (ВЧ-фильтры);

**BandPass...** - полосовые пропускающие фильтры;

**BandStop...** - полосовые задерживающие (режекторные) фильтры.

Внутри каждой группы фильтры отличаются применением дополнительных весовых коэффициентов, влияющих на характеристики фильтра.

Для фильтров верхних и нижних частот единственным численным аргументом функции является частота среза фильтра (F, Гц), которая должна быть меньше половины частоты регистрации данных. Для полосовых фильтров численными аргументами функций являются верхняя и нижняя частоты среза фильтра (F1 и F2, Гц), при этом верхняя частота среза фильтра также должна быть меньше половины частоты регистрации данных. Каскадные КИХ-фильтры могут быть получены последовательным многократным применением этих функций к одному сигналу.

### IIR Filters

Категория **IIR Filters** содержит функции частотной фильтрации с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтры) или рекурсивные частотные фильтры. Функции этой категории включают две группы фильтров - аналоги электронных RC-цепей и узкополосные фильтры:

**LowPassRC** - однополюсный фильтр нижних частот (аналог интегрирующей RC-цепи).

**HighPassRC** - однополюсный фильтр верхних частот (аналог дифференцирующей RC-цепи).

**NarrowBandPass** - узкополосный пропускающий фильтр.

**NarrowBandStop** - узкополосный задерживающий (режекторный) фильтр или Notch-фильтр.

Единственным численным аргументом этих функций является частота среза фильтра (F, Гц), которая должна быть меньше половины частоты регистрации данных. Каскадные БИХ-фильтры могут быть получены последовательным многократным применением этих функций к одному сигналу.

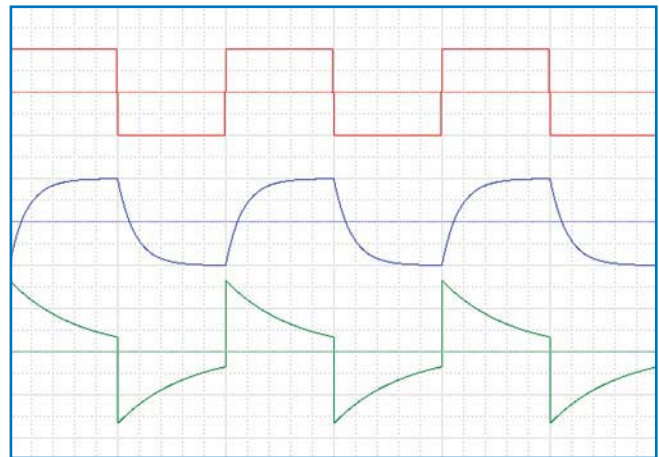


Рис.4. Интегрирующий и дифференцирующий БИХ-фильтры

### Hilbert Filters

Категория **Hilbert Filters** содержит функции, использующие преобразование Гильберта, суть которого заключается в формировании комплексного аналитического сигнала, состоящего из исходного сигнала (вещественная часть) и сопряженного сигнала (мнимая часть). Сопряженный сигнал вычисляется путем смещения всех частот исходного сигнала на  $90^\circ$  (идеальный фазовращатель). Полученный в результате преобразования Гильберта комплексный аналитический сигнал может быть использован для выделения амплитудной огибающей и фазы амплитудно-модулированного сигнала.

**HilbertMag** - выделение амплитудной огибающей сигнала. Предполагается, что сигнал центрирован относительно нуля и не имеет постоянной составляющей.

**HilbertMagDC** - выделение амплитудной огибающей сигнала с учетом постоянной составляющей. Амплитудная огибающая сигнала вычисляется относительно постоянной составляющей, которая добавляется к результату вычислений.

**HilbertMagNoDC** - выделение амплитудной огибающей сигнала с удалением постоянной составляющей. Вычисляется амплитудная огибающая сигнала относительно постоянной составляющей.

**HilbertPhase** - вычисление фазы сигнала в радианах. Результат вычислений принимает значения от  $-\pi$  до  $+\pi$  ( $\approx 3.141593$  радиан).

**HilbertPhasePI** - вычисление фазы сигнала в единицах. Результат вычислений принимает значения от  $-1$  до  $+1$ .

**HilbertIMag** - вычисление сопряженного сигнала преобразования Гильберта (мнимая часть аналитического сигнала).

Преобразование Гильберта хорошо работает с сигналами, имеющими ограниченный спектр, поэтому к широкополосным сигналам рекомендуется предварительно применять полосовые фильтры (например, BandPass...) для выделения анализируемого диапазона частот.

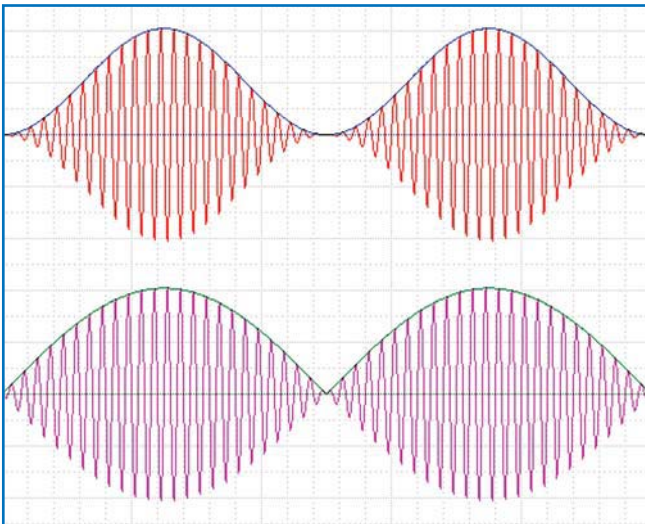


Рис.5. Построение амплитудной огибающей с помощью преобразования Гильберта

### Differential

Категория **Differential** содержит функции дифференцирования сигналов.

**Diff1Pt** - дифференцирование сигнала (вычисление разности двух соседних значений):

$$Y_i = X_i - X_{i-1}$$

**Diff1PtNorm** - дифференцирование сигнала с нормализацией по времени:

$$Y_i = (X_i - X_{i-1}) / dT$$

**Diff3Pt** - дифференцирование сигнала по 3-х точечному алгоритму:

$$Y_i = (X_{i+1} - X_{i-1}) / 2$$

**Diff3PtNorm** - дифференцирование сигнала по 3-х точечному алгоритму с нормализацией по времени:

$$Y_i = (X_{i+1} - X_{i-1}) / (2 * dT)$$

**Diff5Pt** - дифференцирование сигнала по 5-ти точечному алгоритму;

$$Y_i = ((X_{i-2} - X_{i+2}) - 8 * (X_{i-1} - X_{i+1})) / 12$$

**Diff5PtNorm** - дифференцирование сигнала по 5-ти точечному алгоритму с нормализацией по времени;

$$Y_i = ((X_{i-2} - X_{i+2}) - 8 * (X_{i-1} - X_{i+1})) / (12 * dT)$$

**DiffPt** - дифференцирование сигнала по N-точечному алгоритму;

**DiffPtNorm** - дифференцирование сигнала по N-точечному алгоритму с нормализацией по времени;

**DiffRC** - дифференцирование RC-цепи (аналог фильтра высоких частот):

$$Y_i = (1 - 1/N) * Y_{i-1} + (X_i - X_{i-1})$$

### Integral

Категория **Integral** содержит функции интегрирования сигналов.

**Integral1Pt** - интегрирование сигнала (суммирование значений с накоплением):

$$Y_i = Y_{i-1} + X_i$$

**Integral1PtNorm** - интегрирование сигнала с нормализацией по времени:

$$Y_i = (Y_{i-1} + X_i) * dT$$

**Integral1RC** - интегрирование RC-цепи (аналог фильтра низких частот):

$$Y_i = ((N - 1) * Y_{i-1} + X_i) / N$$

**AreaPt** - вычисление относительной площади под кривой в диапазоне точек N (сумма абсолютных значений, деленная на N).

**AreaPositivePt** - вычисление относительной положительной площади под кривой в диапазоне точек N (сумма положительных значений, деленная на N).

**AreaNegativePt** - вычисление относительной отрицательной площади под кривой в диапазоне точек N (сумма отрицательных значений, деленная на N).

### Statistic

Категория **Statistic** содержит функции статистической обработки сигналов.

**RMSPt** - скользящее среднеквадратичное значение.

**StdDevPt** - скользящее стандартное отклонение.

**MaxPt** - скользящее максимальное значение.

**MinPt** - скользящее минимальное значение.

**RangePt** - скользящий диапазон значений (разница максимального и минимального).

**AutoCorrelation** - вычисление автокорреляции сигнала. Функция рассчитывает коэффициенты корреляции двух копий исходного сигнала, последовательно смещая данные на одно значение (последовательное увеличение порядка коэффициента автокорреляции). Порядок коэффициента автокорреляции (лаг) для первой точки полученных данных равен 0, для второй точки равен 1, и т.д.

**CrossCorrelation** - вычисление взаимной корреляции двух сигналов. Функция рассчитывает коэффициенты корреляции двух сигналов, последовательно смещая данные на одно значение (последовательное увеличение порядка коэффициента корреляции). Порядок коэффициента корреляции (лаг) для первой точки полученных данных равен 0, для второй точки равен 1, и т.д.

**CrossCorrelationPt** - вычисление взаимной корреляции двух сигналов по заданному количеству точек N (скользящий коэффициент корреляции). Функция рассчитывает для каждой точки шкалы времени коэффициенты корреляции двух сигналов на участке заданного размера. Порядок коэффициентов корреляции (лаг) для всех полученных данных равен 0.

### КОНТАКТЫ:

тел: 8-107-495-961-47-30

e-mail: soft@powergraph.ru

Демонстрационная версия, позволяющая протестировать возможность применения PowerGraph для различных задач регистрации, обработки и анализа сигналов доступна в Интернете по адресу: [www.powergraph.ru](http://www.powergraph.ru).

**АКЦИЯ!** Дополнительная лицензия на **PowerGraph** за публикацию о внедрении программного продукта в журнале "ПиКАД".